

Δυνάμεις

$$\alpha^v = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_v, \alpha^1 = \alpha, \alpha^0 = 1$$

$$\alpha^u \cdot \alpha^v = \alpha^{u+v} \quad \alpha^u : \alpha^v = \alpha^{u-v}$$

$$(\alpha \cdot \beta)^v = \alpha^v \cdot \beta^v \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^v = \frac{\alpha^v}{\beta^v}$$

$$(\alpha^u)^v = \alpha^{u \cdot v} \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$$

Τετραγωνική ρίζα

Τετραγωνική ρίζα του θετικού αριθμού α , ονομάζεται ο θετικός αριθμός x , όταν $x^2 = \alpha$.

Ορίζουμε επίσης ότι: $\sqrt{0} = 0$.

Δηλαδή αν $\alpha, x > 0$ και

$$\sqrt{\alpha} = x, \text{ τότε } \alpha = x^2.$$

$$1. \sqrt{x^2} = |x|$$

$$2. \text{ Αν } x \geq 0 \text{ τότε } (\sqrt{x})^2 = x$$

$$3. \sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}, \alpha, \beta \geq 0$$

$$4. \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}, \alpha \geq 0, \beta > 0$$

Ταυτότητες

$$(\alpha \pm \beta)^2 = \alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$$

$$(\alpha \pm \beta)^3 = \alpha^3 \pm 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 \pm \beta^3$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) = \alpha^3 + \beta^3$$

$$(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2) = \alpha^3 - \beta^3$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\beta\gamma$$

Παραγοντοποίηση

1. Κοινός παράγοντας: $ax + ay = a(x + y)$

2. Ομαδοποίηση:

$$ax + ay + bx + by = a(x + y) + b(x + y) = (x + y)(a + b)$$

3. Παραγοντοποίηση με 2 όρους:

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

4. Παραγοντοποίηση με 3 όρους:

$$\alpha^2 \pm 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha \pm \beta)^2$$

$$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = (x + \alpha)(x + \beta)$$

Ε.Κ.Π. και Μ.Κ.Δ. μονωνόμων

• Το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (Ε.Κ.Π.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, είναι το γινόμενο των κοινών και μη κοινών τους παραγόντων με εκθέτη σε κάθε παράγοντα, το μεγαλύτερο από τους εκθέτες του.

• Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης (Μ.Κ.Δ.) δύο ή περισσότερων αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, είναι το γινόμενο των κοινών τους παραγόντων με εκθέτη σε κάθε παράγοντα, το μικρότερο από τους εκθέτες του.

Η εξίσωση $ax + \beta = 0$ (1^{ου} βαθμού)

• Αν $\alpha \neq 0$, τότε η εξίσωση $ax + \beta = 0$ έχει μοναδική λύση την $x = -\frac{\beta}{\alpha}$.

• Αν $\alpha = 0$, τότε η εξίσωση $ax + \beta = 0$ γράφεται $0x = -\beta$ και

- αν $\beta \neq 0$, δεν έχει λύση (αδύνατη), ενώ

- αν $\beta = 0$, κάθε αριθμός είναι λύση της (ταυτότητα ή αόριστη).

Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$

Έστω $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$.

• Αν $\Delta > 0$, τότε η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις τις

$$x = \frac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha} \text{ ή } x = \frac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}.$$

• Αν $\Delta = 0$, τότε η εξίσωση έχει μία διπλή λύση την $x = \frac{-\beta}{2\alpha}$.

• Αν $\Delta < 0$, η εξίσωση δεν έχει λύση (αδύνατη).

Κριτήρια ισότητας τριγώνων

ΠΠΠ: Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και τις περιεχόμενες σε αυτές γωνίες ίσες, τότε είναι ίσα.

ΓΠΓ: Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά και τις προσκείμενες σε αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

ΠΠΠ: Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

Κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων

Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν:

• Δύο ομόλογες πλευρές τους ίσες μία προς μία.

• Μία πλευρά και την προσκείμενη σε αυτή οξεία γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία.

Τριγωνομετρία

$$\eta\mu\omega = \frac{y}{\rho}, \text{ συν}\omega = \frac{x}{\rho} \quad \epsilon\phi\omega = \frac{y}{x}, \quad 0^\circ \leq \omega \leq 180^\circ$$

$$\eta\mu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega, \text{ συν}(180^\circ - \omega) = -\text{συν}\omega$$

$$\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = -\epsilon\phi\omega$$

ω	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\eta\mu\omega$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\text{συν}\omega$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\epsilon\phi\omega$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0

$$\text{Ταυτότητες: } \eta\mu^2\omega + \text{συν}^2\omega = 1, \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\text{συν}\omega}$$

